APELLIDO Y NOMBRE: **SECCIÓN**:

1	2	3	4

Calificación

IMPORTANTE:

- Resuelva cada ejercicio en hojas separadas.
- En todas las hojas anote su nombre y apellido.
- Numere todas las hojas.
- Justifique todas sus respuestas.

Ejercicio 1. (*10 p*) El pueblo de Linzava tiene 250 habitantes de los cuales 50 van 3 veces por mes al cine, 75 van 2 veces por mes, 100 van una vez por mes y 25 no van nunca al cine.

a) Calcule el promedio de la cantidad de veces que los habitantes de Linzava van al cine por mes.

b) Si se elije al azar un habitante de Linzava, ¿cuál es la probabilidad de que dicho habitante vaya 2 veces por mes al cine?

c) Sea X la v.a. definida como "cantidad de veces por mes que un habitante de Linzava (elegido al azar) va al cine". Calcule $\mathbb{E}(X)$ y verifique que es igual al promedio calculado en el ítem a).

Ejercicio 2. (*25 p*) Se quiere estimar el colesterol LDL promedio de todos los pacientes de un hospital. Para ello, se extrae una muestra al azar de 75 pacientes y se registra el colesterol LDL de cada uno de ellos.

a) ¿Cuál es la población y cuál es el parámetro de interés?

b) Proponga un estimador para el parámetro de interés. Decida si dicho estimador es insesgado, asintóticamente insesgado o ninguna de ambas.

c) Definamos la v.a. $X =$ "colesterol LDL (en mg/dL) de un paciente del hospital elegido al azar". Suponga que la varianza de X es 625. Calcule (exacta o aproximadamente, según lo que sea posible), la probabilidad de que el estimador propuesto difiera del parámetro de interés en más de 3 mg/dL. Aclare si el cálculo fue exacto o aproximado.

Ejercicio 3. (*30 p*) Sea X el tiempo (en cientos de horas) que dedica un alumno de cierta universidad a estudiar para un examen. Supongamos que la densidad de X es

$$f(x;\theta) = (\theta+1)x^{\theta} I_{(0,1)}(x) \quad \text{con } \theta > -1.$$

Se entrevista a 5 alumnos de la universidad elegidos al azar y se les pregunta cuánto tiempo (en cientos de horas) estudiaron para el último examen, obteniéndose los siguientes valores:

0,92 0,79 0,90 0,65 0,86

a) Calcular el estimador de momentos de θ y probar que es consistente.

b) Calcular el valor de la estimación de θ (en base al estimador de momentos propuesto en el ítem a)) para la muestra obtenida.

c) En base al estimador propuesto en el ítem a), proponer un estimador para la probabilidad de que un alumno dedique más de 70 horas a estudiar para un examen y calcular el valor de la estimación para la muestra observada.

Ejercicio 4. (*35 p*) En base a una muestra de 15 peces de lagos de Neuquén, se desea estimar el contenido medio de mercurio en ppm (partes por millón) que tienen los peces de lagos de dicha provincia.
Por estudios previos, se sabe que el contenido de mercurio de los peces de lagos de Neuquén sigue una distribución normal con desvío $\sigma = 0{,}54$ ppm.

a) Proponga un estimador para el contenido medio de mercurio de los peces de lagos de Neuquén. Calcule el error estándar (SE) y el error cuadrático medio (ECM) de dicho estimador.

b) Los valores del contenido de mercurio (en ppm) de los 15 peces de la muestra resultaron:

1,08 1,08 1,28 2,83 2,01 1,82 2,51 1,83 2,79 2,65 2,24 1,16 1,57 2,24 1,24

Calcule un intervalo de confianza (IC) de nivel 90 % en base a la muestra observada. (*Hint: la suma de los valores de la muestra es 28.33 ppm*).

c) Según el IC calculado en b), ¿diría que 2.3 ppm es un valor compatible con el contenido medio de mercurio de los peces de lagos de Neuquén?

d) Si 200 investigadores extraen cada uno una muestra de peces de lagos de Neuquén y cada uno calcula su IC en base a su muestra, aproximadamente ¿cuántos investigadores obtendrán un IC que contenga al verdadero contenido medio de mercurio de los peces de lagos de Neuquén?

e) ¿Cuántos peces se deberían seleccionar si se quisiera obtener un IC con longitud de a lo sumo 0.3 ppm?